

(4309MAT20)

THREE YEAR B.A./B.Sc. DEGREE (CBCS) EXAMINATION, JULY/AUGUST 2022

FOURTH SEMESTER

Mathematics

Paper V — LINEAR ALGEBRA  
(Regular)

T.W.K

Time : 3 Hours

Max. Marks : 75

PART - A

విభాగము - ఎ

Answer any FIVE of the following questions.

Each question carries 5 marks.

ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

ప్రతి ప్రశ్నకు 5 మార్కులు.

(Marks : 5 × 5 marks = 25 marks)

1. Prove that the intersection of two subspaces is again a subspace.  
రెండు ఉపాంతరాల ఛేదనము కూడా ఒక ఉపాంతరాళము అవుతుందని నిరూపించండి.
2. Express the vector  $\alpha = (1, -2, 5)$  as a linear combination of the vectors  $e_1 = (1, 1, 1)$ ,  $e_2 = (1, 2, 3)$  and  $e_3 = (2, -1, 1)$ .  
 $\alpha = (1, -2, 5)$  అను సదిశను  $e_1 = (1, 1, 1)$ ,  $e_2 = (1, 2, 3)$  మరియు  $e_3 = (2, -1, 1)$  సదిశల ఋజు సంయోగంగా వ్రాయండి.
3. Show that the vectors  $(1, 1, 2)$ ,  $(1, 2, 5)$ ,  $(5, 3, 4)$  of  $R^3(R)$  do not form a basis set of  $R^3(R)$ .  
 $R^3(R)$  యొక్క  $(1, 1, 2)$ ,  $(1, 2, 5)$ ,  $(5, 3, 4)$  సదిశల  $R^3(R)$  నకు ఆధారం ఏర్పరచవని చూపండి.
4. Prove that if  $V(F)$  is a finite dimensional vector space, then there exists a basis sector set of  $V$ .  
 $V(F)$  ఒక పరిమిత పరిమాణపు సదిశాంతరాళమయితే,  $V$  నకు ఆధార స్థితి వ్యవస్థితము అని నిరూపించండి.
5. Show that the mapping  $T : R^2 \rightarrow R^2$  is defined by  $T(a, b) = (2a + 3b, 3a - 4b)$  is a Linear Transformation.  
 $T : R^2 \rightarrow R^2$  ప్రమేయాన్ని  $T(a, b) = (2a + 3b, 3a - 4b)$  గా నిర్వచించబడింది. 'T' ఋజు పరివర్తనమని చూపండి.

[P.T.O]

6. Let  $T_1: R^3 \rightarrow R^2$  and  $T_2: R^2 \rightarrow R^2$  are two linear Transformation defined by  $T_1(x, y, z) = (3x, 4y, -z)$ ,  $XT_2 = (-x, y)$ , then compute  $T_1 T_2$  and  $T_2 T_1$ .

$T_1: R^3 \rightarrow R^2$  మరియు  $T_2: R^2 \rightarrow R^2$  రెండు ఋజు పరివర్తనలు  $T_1(x, y, z) = (3x, 4y, -z)$ ,

$XT_2 = (-x, y)$  నిర్వచనంతో  $T_1 T_2$  మరియు  $T_2 T_1$  లను రాబట్టండి.

7. Find the rank of the matrix  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \end{bmatrix}$ .

$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \end{bmatrix}$  మాత్రిక యొక్క కోటిని కనుక్కోండి.

8. Show that the equations  $x + y + z = 3$ ,  $3x - 5y + 2z = 8$ ,  $5x - 3y + 4z = 14$  are consistent.

$x + y + z = 3$ ,  $3x - 5y + 2z = 8$ ,  $5x - 3y + 4z = 14$  సమీకరణాలు పొందిన నియమము పాటిస్తాయని చూపండి.

9. For  $\alpha = (a, b)$ ,  $\beta = (c, d) \in R^2$ , the vector space, if  $\langle \alpha, \beta \rangle = ac - bd$ , then prove that it is not an inner product.

$\alpha = (a, b)$ ,  $\beta = (c, d) \in R^2$  సదిశాంతరాళంలో  $\langle \alpha, \beta \rangle = ac - bd$ , అంతర లబ్ధం కాదని నిరూపించండి.

10. State and prove Parallelogram Law in an inner product spaces.

అంతర లబ్ధాంతరాళాలలో సమాంతర చతుర్భుజ న్యాయం ప్రవచించి, నిరూపించండి.

### PART - B

#### విభాగము - బి

Answer any FIVE of the following questions.

Each question carries 10 marks.

ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

ప్రతి ప్రశ్నకు 10 మార్కులు.

(Marks : 5 × 10 marks = 50 marks)

11. Prove that Union of two subspaces is a subspace if and only if one is contained in the other.  
రెండు ఉపాంతరాళాల సమ్మేళనము కూడా ఉపాంతరాళము కావడానికి ఆవశ్యక, పర్వాప్త నియమము - ఒకటి రెండవ దాని ఉపసమితి అయి ఉండాలి అని నిరూపించండి.

12. Prove that the linear span  $L(S)$  of any subset "S" of a vector space  $V(F)$  is a subspace of  $V(F)$ .

$V(F)$  సదిశాంతరాళంలో ఏదైనా ఉపసమితి "S" అనుకోండి.  $V(F)$  నకు ఋజు వితస్థి ఉపాంతరాళము  $L(S)$  అవుతుందని నిరూపించండి.

13. Find the coordinators of  $(2, 3, 4, -1)$  with respect to the basis

$B = \{(1, 1, 1, 2), (1, -1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (0, 1, 0, 0)\}$  of  $V_4(R)$ .

$V_4(R)$  నకు  $B = \{(1, 1, 1, 2), (1, -1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (0, 1, 0, 0)\}$  ఆధార సమితి దృష్ట్యా  $(2, 3, 4, -1)$  నిరూపకాలను కనుక్కోండి.

14. Prove that if  $V(F)$  is a finite dimensional vector space, there exist a basis set of  $V$ .

$V(F)$  ఒక పరిమిత పరిమాణపు సదిశాంతరాళమయితే,  $V$  నకు ఆధార స్థితి వ్యవస్థితము అని నిరూపించండి.

15. Find a linear transformation  $T: R^3 \rightarrow R^4$ , whose range is spanned by  $(1, 2, 0, -4)$ ,  $(2, 0, -1, -3)$ .

$T: R^3 \rightarrow R^4$  ఋజు పరివర్తన వ్యాప్తి  $(1, 2, 0, -4)$ ,  $(2, 0, -1, -3)$ . సమితివే వితి స్థితమైతే 'T' ప్రమేయాన్ని కనుక్కోండి.

16. Define range of a Linear Transformation.  $T: U \rightarrow V$  is a linear Transformation, then prove that range set  $R(T)$  is a subspace of  $V(F)$ .

ఋజు పరివర్తనములో వ్యాప్తిని నిర్వచింపుము.  $T: U \rightarrow V$  ఋజు పరివర్తనయితే  $V(F)$  నకు  $R(T)$  ఉపాంతరాళము అవుతుందని నిరూపించండి.

17. Find the Eigen values and their corresponding eigen vectors to the matrix  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$ .

$A = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$  మాత్రిక యొక్క ఐగెన్ విలువలను మరియు వాని అనురూప ఐగెన్ సదిశలను కనుక్కోండి.

---

18. Find the inverse of the matrix  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  by using Cayley-Hamilton theorem.

కెయిలీ - హామిల్టన్ సిద్ధాంతము ద్వారా  $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  మాత్రిక యొక్క విలోమము కనుక్కోండి.

19. State and prove Cauchy-Schwarz inequality.

కోషి-షార్జ్ అసమానతను ప్రవచించి, నిరూపించండి.

20. State and prove Triangle inequality.

త్రిభుజ అసమానతను ప్రవచించి, నిరూపించండి.

---